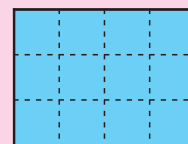


## 第1回

## 倍数と約数

『右の図は正方形を12個集めた図形です。この図形を、点線にそって切り、2個以上の合同な図形（形も大きさも同じ図形）に分割すると、何個の図形に分けられますか？ただし、あまりが出てはいけません。』さあ、どのように考えますか？思いつくままにかき出していても解けますが、それでは数えモレが出てしまいそうです。ヒントは、約数！12の約数は「1, 2, 3, 4, 6, 12」ですから、正方形1個の大きさの図形, 2個の大きさの図形, ……に分割できそうです。



この単元では、予習シリーズ（4年生）で学習した、数に関する問題

①「等差数列」（上巻16回） ②「約数」（下巻1回） ③「倍数」（下巻2回）  
の考え方の再確認をし、さらに発展的な内容へつなげていきます。

## 1 倍数と約数

## 必修例題 1

2けた（10～99）の整数について、次の問いに答えなさい。

- (1) 7の倍数は何個ありますか。  
(2) 98の約数をすべて答えなさい。

## 解き方

$$(1) \quad 99 \div 7 = 14 \text{ あまり } 1$$

より、2けたの7の倍数は、

$$7 \times \underline{2}, 7 \times \underline{3}, \dots, 7 \times \underline{14}$$

$$\rightarrow 14 - 1 = 13 \text{ (個)}$$

- (2) 98を2つの整数の積で表すと、右のようになります。したがって、2けたの98の約数は、 $\{14, 49, 98\}$ の3個です。

$$A = B \times C$$

A, B, Cは0でない整数

- ① AはB, Cの倍数  
② B, CはAの約数

$$\begin{aligned} 98 &= 1 \times 98 \\ &= 2 \times 49 \\ &= 7 \times 14 \end{aligned}$$

答 (1) 13個 (2) 14, 49, 98

## 類題 1

2けたの整数があります。この中で3の倍数は  個あり、84の約数は  個あります。

## 必修例題 2

144をわっても、198をわってもわり切れる整数aをすべて求めなさい。

### 解き方

整数  $a$  は、144 と 198 の公約数です。右の連除法より、  
 最大公約数は  $(2 \times 3 \times 3 =) 18$  とわかります。したがって、  
 $a$  は 18 の約数である、 $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$  になります。

$$\begin{array}{r}
 2 \ ) \ 144 \ 198 \\
 3 \ ) \ 72 \ 99 \\
 3 \ ) \ 24 \ 33 \\
 \hline
 8 \ 11
 \end{array}$$

最大公約数  
 $2 \times 3 \times 3 = 18$

**公約数は最大公約数の約数**

答 1, 2, 3, 6, 9, 18

### 類題 2

42 をわっても、112 をわってもわり切れる整数  $a$  をすべて求めなさい。

### 必修例題 3

6 でわっても、9 でわってもわり切れる整数について、次の問いに答えなさい。

- (1) 小さい方からかぞえて 5 番目の数はいくつですか。
- (2) 1000 に最も近い数はいくつですか。

### 解き方

(1) 6 の倍数：6, 12, 18, 24, 30, 36, ……

9 の倍数：9, 18, 27, 36, 45, 54, ……

より、公倍数は  $\{18, 36, 54, \dots\}$  で、最小公倍数 (= 18) の倍数になっています。よって、小さい方から数えて 5 番目の 18 の倍数は、

$$18 \times 5 = 90$$

【別解】 6 と 9 の最小公倍数は、右のように連除法で求めることができます。

(2)  $1000 \div 18 = 55$  あまり 10

より、1000 に近い 18 の倍数は、

$$18 \times 55 = 1000 - 10$$

$$= 990 (< 1000)$$

$$18 \times (55 + 1) = 1000 - 10 + 18$$

$$= 1008 (> 1000)$$

これより、最も近い数は 1008 とわかります。

**公倍数は最小公倍数の倍数**

$$\begin{array}{r}
 3 \ ) \ 6 \ 9 \\
 \hline
 2 \ 3
 \end{array}$$

最小公倍数  
 $3 \times 2 \times 3 = 18$

答 (1) 90 (2) 1008

### 類題 3

12 と 16 の公倍数で、小さい方からかぞえて 6 番目の数はいくつですか。  
 また、500 に最も近い数はいくつですか。

## 2 わり算のあまりと等差数列

「等差数列」と「倍数」、「わり算のあまり」の関係を考えてみましょう。

### 必修例題 4

次のように、あるきまりにしたがって整数が小さい順にならんでいます。

3, 10, 17, 24, 31, 38, ……

これについて、次の問いに答えなさい。

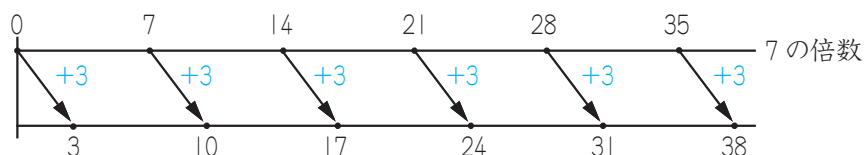
- (1) 小さい方から数えて10番目の数を求めなさい。
- (2) 120に最も近い数を求めなさい。

### 解き方

- (1) 初めの数が3で、7ずつ増える等差数列です。したがって、小さい方から数えて10番目の数は、

$$3 + 7 \times (10 - 1) = 66$$

- (2) この数列を数直線で表すと、下のようになります。



この数列は、7の倍数を表す数列を右方向に3だけずらしたもので、「7の倍数+3」つまり、「7でわると3あまる数」であることがわかります。したがって、

$$120 \div 7 = 17 \text{ あまり } 1$$

より、120に近い数は、

$$\begin{aligned} 7 \times 17 + 3 &= 120 + (3 - 1) \\ &= 122 (> 120) \end{aligned}$$

$$122 - 7 = 115 (< 120)$$

これより、最も近い数は122とわかります。

答 (1) 66 (2) 122

### 類題 4

1, 7, 13, 19, 25, …… の等差数列で、小さい方からかぞえて15番目の数はいくつですか。また、200に最も近い数はいくつですか。

### 必修例題 5

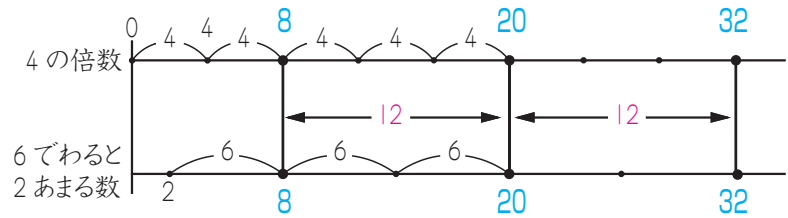
4でわるとわり切れ、6でわると2あまる数について、次の問いに答えなさい。

- (1) このような数を、小さい順に3つかきなさい。
- (2) 3けたの数のうち、最も大きい数はいくつですか。

### 解き方

- (1) 4でわり切れる数(4の倍数) → 4, 8, 12, 16, 20, ……  
6でわると2あまる数 → 2, 8, 14, 20, 26, ……

これを数直線で表すと、右のようになります。



最も小さい数は8で、2番目からは6と4の最小公倍数の12の間かくで現れます。よって、小さい順に3つ求めると、8, 20, 32 となります。

- (2) 上の2つの数列に共通する数 {8, 20, 32, ……} は、例題4の考え方より、「初めの数が8で、12ずつ増える等差数列」つまり、「12でわると8あまる数」

を小さい順にならべた数列になっていることがわかります。したがって、

$$999 \div 12 = 83 \text{ あまり } 3$$

$$999 + (8 - 3) = 1004 (> 999)$$

$$1004 - 12 = 992$$

または、

$$12 \times 82 + 8 = 992$$

答 (1) 8, 20, 32 (2) 992

### 類題 5

4でわると2あまり、6でわるとわり切れる2けたの数のうち、最も大きい数はいくつですか。

### 必修例題 6

6でわると1あまり、8でわると3あまる2けたの数について、次の問いに答えなさい。

- (1) 最も小さい数はいくつですか。  
(2) 最も大きい数はいくつですか。

### 解き方

- (1) 6でわると1あまる数は、

$$1, 7, 13, 19, 25, \dots$$

8でわると3あまる数は、

$$3, 11, 19, 27, 35, \dots$$

ですから、最も小さい数は19とわかります。

(2) この数列は、初めの数が19で、(6と8の最小公倍数の)24ずつ増える等差数列になります。  
つまり、24でわると19あまる数ですから、

$$100 \div 24 = 4 \text{ あまり } 4$$

$$24 \times (4 - 1) + 19 = 91$$

答 (1) 19 (2) 91

### 【別解】

6でわると1あまる数は、「6の倍数-5」と表すことができます。また、  
8でわると3あまる数は、「8の倍数-5」と表すことができます。6と8の最小公倍数は24  
ですから、2つの数列に共通な数は、「24の倍数-5」と表すことができます。したがって、

$$24 - 5 = 19 \quad \dots\dots \text{最も小さい数}$$

$$24 \times 4 - 5 = 91 \quad \dots\dots \text{最も大きい数}$$

### 類題 6

4でわると1あまり、6でわると3あまる2けたの数で最も小さい数と、最も大きい数をそれぞれ求めなさい。

## 3 周期の問題への応用

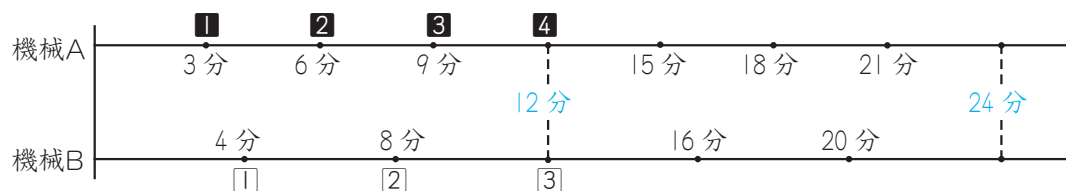
公倍数の考え方をを使い、周期の問題にチャレンジしてみます。

### 応用例題 1

ある工場で、同じ製品を作る2台の機械A、Bがあります。Aは3分ごとに、Bは4分ごとに1個の製品を作ります。この2台の機械を同時に動かし始めるとき、500個目の製品ができるのは、動かし始めてから何時間何分後ですか。

### 解き方

2つの機械で作る製品の個数と、動かし始めてからの時間は下のようになります。



つまり、(3と4の最小公倍数の)12分を1つの周期と考えると、Aは4個、Bは3個作っていることがわかります。したがって、500個目ができるのは、

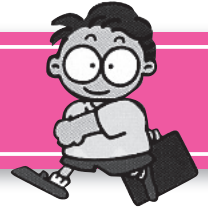
$$500 \div (4 + 3) = 71 \text{ あまり } 3$$

より、72周期の3個目です。はんぱの3個を作るのに6分かかりますから、

$$12 \times 71 + 6 = 858(\text{分後}) \rightarrow 14 \text{ 時間 } 18 \text{ 分後}$$

答 14時間18分後

# 基本問題



1 次の問いに答えなさい。

(1) 7の倍数で、100に最も近い数はいくつですか。

(2) 60の約数は全部で何個ありますか。

(3) 50をわると5あまる整数は、全部で何個ありますか。

(4) 次の各組の最大公約数を求めなさい。

① (56, 63)

② (52, 78)

③ (84, 96, 108)

(5) 次の各組の最小公倍数を求めなさい。

① (4, 7)

② (36, 45)

③ (8, 12, 16)

(6) 28と42の公約数をすべて書くと  で、公倍数を小さい方から順に3つ書くと  です。

(7) 8でわると1あまる整数のうち、100に最も近い数はいくつですか。

(8) 6でわると2あまる整数のうち、最も小さい5の倍数はいくつですか。

**2** 1 から 100 までの整数の中で、次のような数はそれぞれいくつありますか。

- (1) 2 でも 3 でもわり切れる                      (2) 2 でわり切れるが 3 ではわり切れない  
(3) 3 でわり切れるが 2 ではわり切れない      (4) 2 でも 3 でもわり切れない  
(5) 2 でも 3 でも 5 でもわり切れる

**3** 次のように、7 でわると 5 あまる数をならべました。

5, 12, 19, 26, 33, ……

これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 10 番目の数はいくつですか。  
(2) 100 に最も近い数はいくつですか。

**4** 6 でわっても 9 でわっても 2 あまる 2 けたの整数があります。これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 一番小さい整数はいくつですか。  
(2) 全部で何個ありますか。

# 練習問題



**1** 1 から 999 までの整数について、次の問いに答えなさい。

- (1) 12 でも 16 でもわり切れる整数について、
- ① 最も大きい数はいくつですか。
  - ② 全部で何個ありますか。
- (2) 12 でも 16 でもわり切れるが、18 ではわり切れない整数は、全部で何個ありますか。

**2** 次の問いに答えなさい。

- (1) 107 と 170 をある整数でわると、どちらも 2 あまりました。ある整数のうち、一番大きい数はいくつですか。また、このような整数は全部で何個ありますか。
- (2) 7 でわっても、11 でわっても 2 あまる 3 けたの数で、最も小さい数と最も大きい数をそれぞれ求めなさい。

**3** 6 でわると 4 あまり、9 でわると 1 あまる数について、次の問いに答えなさい。

- (1) 小さい方からかぞえて 5 番目の数はいくつですか。
- (2) 200 に最も近い数はいくつですか。
- (3) このような整数のうち、3 けたの数は全部で何個ありますか。



4 次の問いに答えなさい。

- (1) 何本かのえんぴつを、3本ずつたばねると2本あまり、5本ずつたばねると4本あまりです。また、15本ずつたばねると5つのたばができて何本かあまりです。えんぴつは全部で何本ありますか。
- (2) 100人以上200人以下の生徒がいます。この生徒を3人ずつ分けても、4人ずつ分けても1人あまりです。また、7人ずつ分けるとあまりなく分けられます。生徒は全部で何人いますか。

5 2台の印刷機AとBがあります。それぞれ一定の決まった速さで、1枚ずつ印刷を続けます。Aは1分20秒ごとに、Bは1分12秒ごとに1枚印刷します。この2台を同時に動かして印刷を始めるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 1時間に何枚印刷できますか。
- (2) 509枚を印刷するのに何時間何分何秒かかりますか。
- (3) 509枚のうち、Bが印刷するのは何枚ですか。

### チャレンジ問題

1や1000は3でわると1あまる整数です。1から1000までの整数の中から、3でわると1あまる整数について、次の問いに答えなさい。

- (1) 2の倍数、5の倍数はそれぞれいくつありますか。
- (2) 2の倍数でも5の倍数でもない整数はいくつありますか。

[麻布]

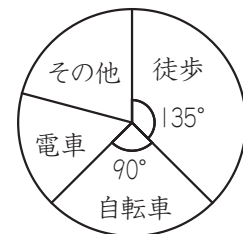
# 復習問題



**1** 次の問いに答えなさい。

- (1) バレーボールチームには、男子が12人、女子が8人います。チーム全体をもとにしたときの男子の割合を分数で表しなさい。
- (2) とも子さんのお母さんの年齢は45才で、とも子さんの年齢はお母さんの年齢の $\frac{2}{5}$ です。とも子さんは何才ですか。
- (3) 144 ページある本の $\frac{3}{4}$ を読みました。まだ読んでいないページは何ページですか。
- (4) ひろし君は24枚のカードを持っていて、かずお君が持っているカードの $\frac{4}{7}$ にあたります。かずお君はカードを何枚持っていますか。

**2** 右の円グラフは、ある中学校1年生144人の通学方法をまとめたものです。



- (1) 徒歩通学の生徒は何人いますか。
- (2) 電車通学の生徒は24人います。電車通学を表すおうぎ形の中心角は何度ですか。

**3** 右の帯グラフは、5年1組の生徒が春休みにどこに出かけたかをまとめたものです。



- (1) 5年1組の生徒は何人いますか。
- (2) 映画に出かけた生徒は、動物園に出かけた生徒より何人多いですか。