

高校	受験 番号	
年 組 番	氏名	

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2022 年度

最終 共通テスト本番レベル模試

数 学 ① [数学Ⅰ 数学Ⅰ・数学A] (100点 70分)

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
 - ② 氏名欄, 学年欄, 受験校舎欄
氏名・フリガナ・学年及び受験校舎名(会場名)を記入しなさい。
 - ③ 解答科目欄
解答する科目を一つ選び、マーク欄にマークしなさい。不備は0点とします。
 - ④ 「数学Ⅰ・数学A」選択者は、解答用紙(第2面・裏面)上部の「選択した問題番号」欄に、③④⑤より選択した問題番号を2問マークしなさい。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 Ⅰ	4 ～ 25	左の2科目のうちから1科目を選択し、解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	27 ～ 55	

数学Ⅰ・数学Aは第1問、第2問は全員必答。第3問～第5問は選択問題である。2問を選んで解答すること。

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 5 試験終了後の問題冊子の取扱いについては、監督者の指示に従いなさい。

この注意事項は、問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

◆解答解説は試験終了後、下記に掲載します。すぐに復習しよう！

東進生：学力POS「教材ダウンロード」

一般生：東進ドットコム「復習ツール」

<https://www.toshin.com/exams/kyotsu/>



閲覧パスワード：2091

この試験は厳正に実施しています。問題・解答などを事前に配布・公開する行為は、重大な妨害行為になります。万一、このような行為が行われた場合は、法律により処罰されることがありますのでご注意ください。

「数学Ⅰ・数学Ⅱ」を受験する者は、27～55ページの問題を解きなさい。

数 学 Ⅰ

(全 問 必 答)

第1問 (配点 20)

実数全体の集合を U とする。 U の要素に関する条件 p, q, r について、 p, q, r を満たす要素の集合をそれぞれ P, Q, R とする。また、条件 p, q, r の否定をそれぞれ $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ で表し、集合 P, Q, R の補集合をそれぞれ $\bar{P}, \bar{Q}, \bar{R}$ で表す。さらに、空集合を $\emptyset$ で表す。

(1)

(i) 命題「 $p \implies q$ 」が真であることと が成り立つことは同値である。

(ii) 命題「 $\bar{q} \implies p$ 」の逆が真であることと が成り立つことは同値で

あり、また、 が成り立つこととも同値である。ただし、,

の解答の順序は問わない。

～ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $P \subset Q$

② $P \subset \bar{Q}$

③ $\bar{P} \subset Q$

④ $Q \subset P$

⑤ $Q \subset \bar{P}$

⑥ $\bar{Q} \subset P$

(数学Ⅰ第1問は次ページに続く。)

- (iii) 命題「 $(p \text{ かつ } q) \implies \bar{r}$ 」の裏が真であることと エ が成り立つことは同値である。

エ の解答群

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| ① $(P \cap Q) \subset R$ | ① $(P \cap Q) \subset \bar{R}$ | ② $(P \cup Q) \subset R$ |
| ③ $(P \cup Q) \subset \bar{R}$ | ④ $(\bar{P} \cap \bar{Q}) \subset R$ | ⑤ $(\bar{P} \cup \bar{Q}) \subset R$ |

- (2) U の空集合でない部分集合 P, Q について、 $Q \subset P$ が成り立っている。

このとき

$$\bar{P} \cap Q = \text{オ}, (P \cap \bar{Q}) \cup Q = \text{カ}$$

である。

オ, カ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | | |
|-------|-------|-------------|-------------|---------------|
| ① P | ① Q | ② $\bar{P}$ | ③ $\bar{Q}$ | ④ $\emptyset$ |
|-------|-------|-------------|-------------|---------------|

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(3) 実数 x に関する三つの条件 p , q , r を次のように定める。

$$p : |x-2| > 1$$

$$q : |x-2| > 2x$$

$$r : |x-2| > -2x$$

(i) 不等式 $|x-2| > 2x$ の解は

$$x \begin{array}{|c|} \hline \text{キ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ク} \\ \hline \text{ケ} \\ \hline \end{array}$$

である。

キ の解答群

① <	② ≤	③ >	④ ≥
-----	-----	-----	-----

(ii) $P \cap R$ の要素のうち、最小の自然数は コ である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(iii) 次のことが成り立つ。

• $\bar{p}$ は r であるための 。

• p は (q かつ r) であるための .

, の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが, 十分条件ではない
- ② 十分条件であるが, 必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 (配点 30)

〔1〕 点 O を中心とする円に内接する $\triangle ABC$ において、 $\angle BAC = 60^\circ$ とする。

また、 $\triangle ABC$ の辺 CA 、 AB の長さをそれぞれ b 、 c とし、 $\triangle ABC$ の面積を S 、 $\triangle OBC$ の面積を T とする。

(1) S は b 、 c を用いて

$$S = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}} bc$$

と表すことができる。

また

$$BC = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

であるから、 T は b 、 c を用いて

$$T = \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オカ}}} \left(\boxed{\boxed{\text{ウ}}} \right)$$

と表すことができる。

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| ① $b^2 + c^2 + bc$ | ② $b^2 + c^2 - bc$ | ③ $b^2 - c^2 + bc$ |
| ④ $b^2 - c^2 - bc$ | ⑤ $b^2 + c^2$ | |

(数学 I 第2問は次ページに続く。)

(2) b , c および S , T について, 次のことが成り立つ。

• $S=2T$ であることは, $b=2c$ であるための キ。

• $b=c$ であることは, $S=3T$ であるための ク。

キ, ク の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが, 十分条件ではない
 - ② 十分条件であるが, 必要条件ではない
 - ③ 必要十分条件である
 - ④ 必要条件でも十分条件でもない

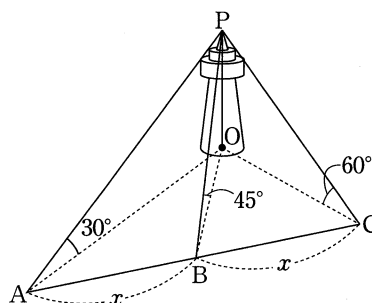
(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

〔2〕 あるタワーの高さ OP を測るため、次のようなモデルについて考察しよう。

図のように、4点 O, A, B, C は同一平面上にあり、この平面に対し、タワーは垂直に立っているものとする。また、3点 A, B, C はこの順で同一直線上にあり

$$AB=x, BC=x$$

である。



ここで、タワーの先端を P とし、3点 A, B, C から点 P への仰角を測ると、それぞれ $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ である。ただし、目の高さは無視して考えるものとする。また、必要に応じて13ページの三角比の表を用いてもよい。

- (1) タワーの高さを $OP=h$ とするとき、次の①～④のうち、 OA, OB, OC の長さを表す正しい組合せは ケ である。

ケ の解答群

	OA	OB	OC
①	$\sqrt{3}h$	h	$2h$
②	$\sqrt{3}h$	h	$\frac{1}{\sqrt{3}}h$
③	$\frac{1}{\sqrt{3}}h$	h	$\sqrt{3}h$
④	$\sqrt{3}h$	$\sqrt{2}h$	$\frac{1}{\sqrt{3}}h$
⑤	$\frac{1}{\sqrt{3}}h$	$\sqrt{2}h$	$\sqrt{3}h$

(数学 I 第2問は次ページに続く。)

(2) $\angle OAC = \theta$ とするとき, $\triangle OAB$ において, 余弦定理を用いると

$$\cos \theta = \boxed{\text{コ}} \quad \cdots \cdots \text{①}$$

である。また, $\triangle OAC$ において, 余弦定理を用いると

$$\cos \theta = \boxed{\text{サ}} \quad \cdots \cdots \text{②}$$

である。

したがって, ①, ②より

$$h = \boxed{\text{シ}}$$

である。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

② $\frac{2h^2 + x^2}{\sqrt{3}hx}$	① $\frac{h^2 + 2x^2}{\sqrt{3}hx}$	② $\frac{2h^2 + x^2}{2\sqrt{3}hx}$	③ $\frac{h^2 + 2x^2}{2\sqrt{3}hx}$
-----------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

② $\frac{2h^2 + 3x^2}{2\sqrt{2}hx}$	① $\frac{2h^2 + 3x^2}{3\sqrt{2}hx}$	② $\frac{3h^2 + 2x^2}{2\sqrt{2}hx}$
③ $\frac{2h^2 + 3x^2}{2\sqrt{3}hx}$	④ $\frac{2h^2 + 3x^2}{3\sqrt{3}hx}$	⑤ $\frac{3h^2 + 2x^2}{3\sqrt{3}hx}$

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

② $2\sqrt{6}x$	① $3\sqrt{6}x$	② $\frac{\sqrt{6}}{2}x$
③ $\frac{\sqrt{2}}{3}x$	④ $\frac{\sqrt{3}}{2}x$	⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}x$

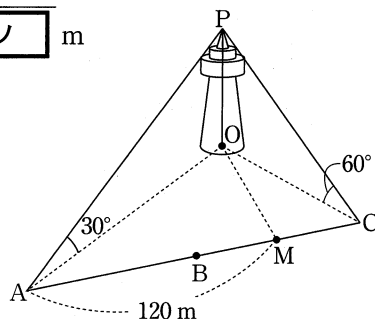
(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

- (3) 点 A から点 B までの実際の距離を調べると、 $x=80$ m であった。太郎さんと花子さんは、直線 AC 上の点から点 P を見上げたときの仰角について話している。

太郎：タワーの高さは $\boxed{\text{スセ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} \text{ m}$

と求まるね。

花子：そうだね。ここで、BC の中点 M から点 P への仰角を測ると、その大きさはどれくらいになるのかな。



太郎： $\cos \angle OAC = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ であるから、 $\triangle OAM$ にお

いて余弦定理を用いると、 $OM = \boxed{\text{テト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}} \text{ m}$ であり、このことから、 $\tan \angle OMP$ の値が得られるよ。

花子：なるほど。ということは、三角比の表から、

$\boxed{\text{ニヌ}}^\circ < \angle OMP < (\boxed{\text{ニヌ}} + 1)^\circ$ といえるね。

太郎：そうだね。ところで、直線 AC 上を A から C の向きに歩くと、直線 AC 上の点で、点 P への仰角が最大となるような点 Q はどこだろう。

花子：その点は $\boxed{\text{ネ}}$ だね。

$\boxed{\text{ネ}}$ の解答群

- ① 線分 AC 上にある C 以外の点 ① 点 C
② 線分 AC の C 側の延長上にある C 以外の点

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

三角比の表

角度	sin	cos	tan	角度	sin	cos	tan
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—

第 3 問 (配点 30)

〔1〕 a を正の定数とし

$$f(x) = -x^2 + 3ax - a^2 - \frac{3}{2}a + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

とする。放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} a, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} a^2 - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} a + 1 \right)$$

である。

関数①の $a \leq x \leq a+1$ における最大値を M 、最小値を m とする。

$$M = f\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} a\right) \text{ となるような } a \text{ の値の範囲は}$$

$$0 < a \leq \boxed{\text{キ}}$$

であり、 $a > \boxed{\text{キ}}$ のとき

$$M = f(\boxed{\boxed{\text{ク}}}) = \boxed{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

また、 $m = f(a+1)$ となるような a の値の範囲は

$$0 < a \leq \boxed{\text{コ}}$$

であり、 $a > \boxed{\text{コ}}$ のとき

$$m = f(\boxed{\boxed{\text{サ}}}) = \boxed{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

ク, サ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|-------|---------------------|-----------|
| ① a | ① $a + \frac{1}{2}$ | ② $a + 1$ |
|-------|---------------------|-----------|

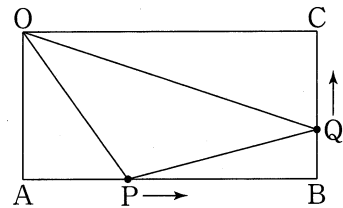
ケ, シ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|----------------------------|---|
| ① $a^2 - \frac{3}{2}a + 1$ | ① $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}} a^2 - \frac{\text{オ}}{\text{カ}} a + 1$ |
| ② $a^2 - a + \frac{3}{4}$ | ③ $a^2 - \frac{a}{2}$ |

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

- [2] $OA=4$, $OC=8$ の長方形 $OABC$ があり, この長方形の辺上を動く点 P と Q がある。ここで, 点 P と Q は次の規則に従って動くものとする。

- 最初, 点 P , Q はそれぞれ点 A , B の位置にあり, 点 P , Q は同時刻に出発する。
- 点 P は長方形 $OABC$ の周上を反時計まわりに毎秒 2 の速さで動く。また, 点 Q は長方形 $OABC$ の周上を反時計まわりに毎秒 1 の速さで動く。
- 点 P が長方形 $OABC$ の周上を一周し, 点 A に戻った時点で点 P , Q は止まる。



このとき, 二つの点 P と Q が同時に出発してから t 秒後の $\triangle OPQ$ の面積を $f(t)$ とする。ただし, 3 点 O , P , Q が同一直線上にあるときは, $f(t)=0$ とする。

(1)

- (i) 点 P が辺 AB 上にあり, $AP=2$ のとき, $\triangle OPQ$ の面積は スセ である。

- (ii) 点 P が辺 AB 上にあるのは, $0 \leq t \leq$ ソ のときであり, この範囲において

$$f(t) = \text{タ}$$

と表せる。

タ の解答群

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| ① $t^2 - 2t + 10$ | ② $t^2 - 2t + 12$ | ③ $t^2 - 2t + 14$ |
| ④ $t^2 - 4t + 14$ | ⑤ $t^2 - 4t + 16$ | ⑥ $t^2 - 4t + 18$ |

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(2) $f(5) = \boxed{\text{チ}}$ である。また、点 P が辺 BC 上にあるのは、

$\boxed{\text{ソ}} \leq t \leq \boxed{\text{ツ}}$ のときであるから、この範囲において

$$f(t) = \boxed{\text{テ}}$$

と表せる。

$\boxed{\text{ソ}} \leq t \leq \boxed{\text{ツ}}$ において、 $f(t) = \boxed{\text{スセ}}$ を満たす t の値は

$$t = \boxed{\text{ト}} - \sqrt{\boxed{\text{ナニ}}} \text{ である。}$$

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| ① $t^2 - 8t + 20$ | ① $t^2 - 10t + 24$ | ② $t^2 - 12t + 32$ |
| ③ $t^2 - 16t + 68$ | ④ $t^2 - 18t + 72$ | ⑤ $t^2 - 20t + 96$ |

(3) t のとり得る値の範囲は $0 \leq t \leq \boxed{\text{ヌネ}}$ である。また、この範囲において $f(t) = 0$ となる t の値の範囲は

$$\boxed{\text{ノ}} \leq t \leq \boxed{\text{ハヒ}}, t = \boxed{\text{ヌネ}}$$

である。

さらに、 $f(t) = k$ を満たす実数 t が 3 個であるような正の実数 k のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{フ}}$ または $\boxed{\text{ヘ}}$ である。

$\boxed{\text{フ}}$, $\boxed{\text{ヘ}}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $0 < k < 1$ | ① $0 < k < 2$ | ② $1 < k < 2$ |
| ③ $2 < k < 4$ | ④ $8 < k < 10$ | ⑤ $8 < k < 12$ |
| ⑥ $10 < k < 14$ | ⑦ $10 < k < 16$ | ⑧ $12 < k < 16$ |

第 4 問 (配点 20)

令和 3 年度における「全国体力・運動能力、運動習慣等調査」(スポーツ庁)を調べ、中学 2 年生の生徒に対して行った、運動習慣および生活習慣等に関する質問の回答の割合(単位は % であり、数値は小数第 1 位まで求められている)をまとめたデータが 47 都道府県別に得られた。

- (1) 図 1 は、47 都道府県別の、朝食を毎日食べている割合を男女別にまとめたヒストグラムである。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

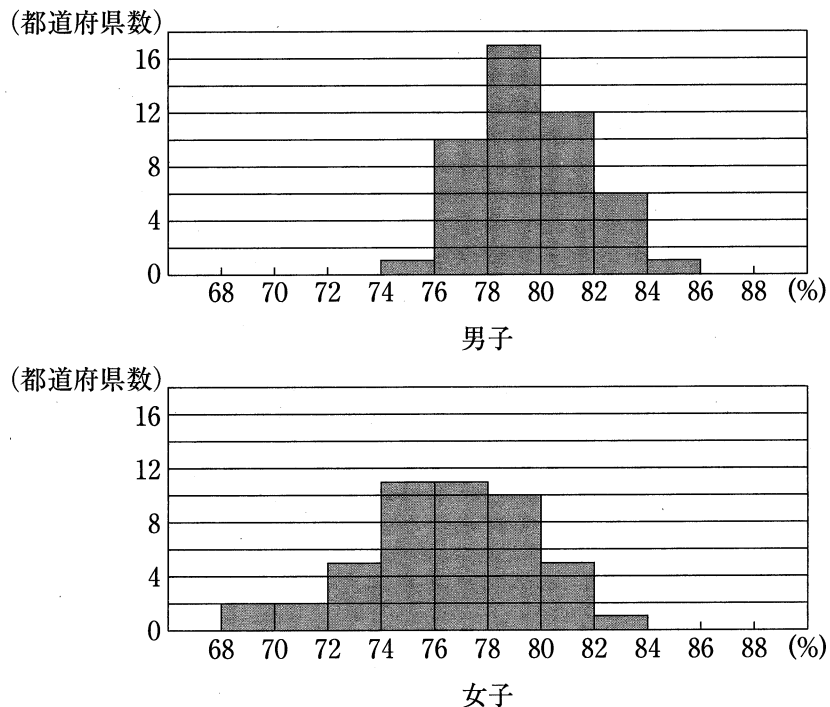


図 1 朝食を毎日食べている割合の男女別のヒストグラム

(出典：スポーツ庁の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

男子の朝食を毎日食べている割合の最頻値, ア および イ は同じ階級に含まれる。

女子の朝食を毎日食べている割合の最大値が含まれる階級の階級値は ウエ % である。

男子の朝食を毎日食べている割合の最小値と, 女子の朝食を毎日食べている割合の中央値を比較すると, オ。

男子の朝食を毎日食べている割合の四分位範囲と, 女子の朝食を毎日食べている割合の四分位範囲を比較すると, カ。

ア, イ の解答群(解答の順序は問わない。)

- | | | |
|------------|------------|-------|
| ① 最小値 | ① 第 1 四分位数 | ② 中央値 |
| ③ 第 3 四分位数 | ④ 最大値 | |

オ の解答群

- | |
|----------------------------------|
| ① 男子の朝食を毎日食べている割合の最小値の方が大きい |
| ① 男子の朝食を毎日食べている割合の最小値の方が小さい |
| ② 両者は等しい |
| ③ これら二つのヒストグラムからだけでは両者の大小を判断できない |

カ の解答群

- | |
|----------------------------------|
| ① 男子の朝食を毎日食べている割合の四分位範囲の方が大きい |
| ① 男子の朝食を毎日食べている割合の四分位範囲の方が小さい |
| ② 両者は等しい |
| ③ これら二つのヒストグラムからだけでは両者の大小を判断できない |

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I

- (2) 図 2 は、運動が好きである割合と運動部に所属している割合を男女別にまとめた散布図である。

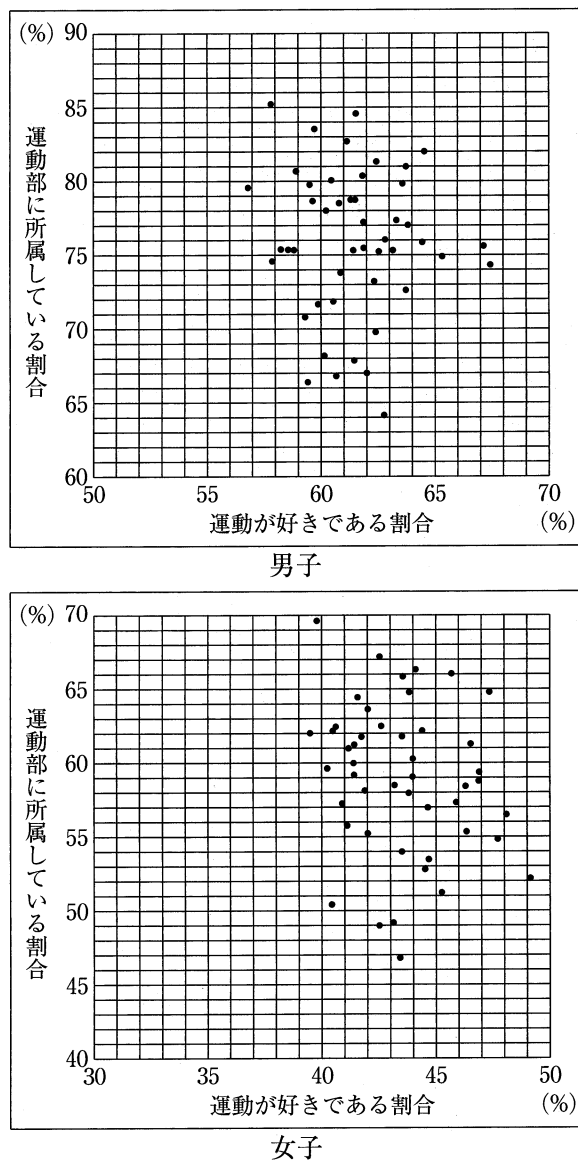


図 2 運動が好きである割合と運動部に所属している割合の男女別の散布図

(出典：スポーツ庁の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

次の①～⑤のうち、図 2 から読み取れることとして、正しいものは キ、

ク、ケ である。

キ ～ ケ の解答群(解答の順序は問わない。)

- ① 男子について、運動が好きである割合と運動部に所属している割合の間には正の相関がある。
- ② 女子について、運動が好きである割合と運動部に所属している割合の間には正の相関がある。
- ③ 男子について、運動が好きである割合が 65 % 以上である都道府県の、運動部に所属している割合は 70 % 以上である。
- ④ 女子について、運動部に所属している割合が 50 % 以下である都道府県の、運動が好きである割合は 45 % 以下である。
- ⑤ 男子について、運動部に所属している割合の方が、運動が好きである割合よりも小さい都道府県が存在する。
- ⑥ 女子について、運動部に所属している割合が、運動が好きである割合よりも 25 % 以上大きい都道府県が存在する。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(3) 図 3 は、運動部に所属している女子のうち、日曜日に部活動を行っている割合(以下、日曜日の割合)と、土曜日および月曜日に部活動を行っている割合(以下、順に、土曜日の割合、月曜日の割合)をまとめた散布図である。

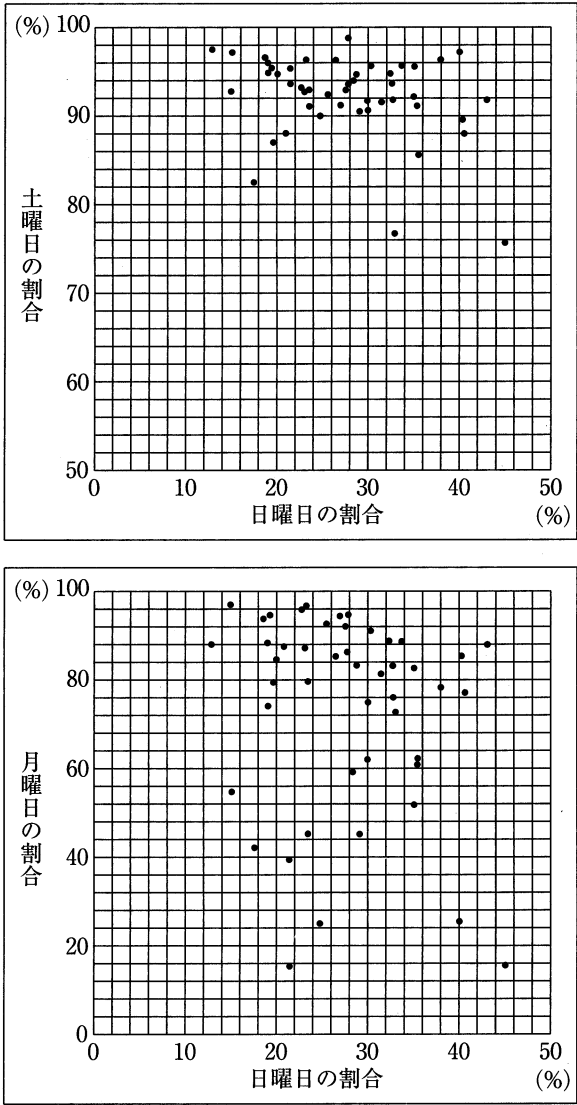


図 3 日曜日の割合と、土曜日および月曜日の割合をまとめた散布図
(出典：スポーツ庁の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

次の(I), (II)は図 3 に関して記述したものである。

- (I) 範囲が大きい方から順に, 月曜日の割合, 日曜日の割合, 土曜日の割合である。
- (II) 土曜日の割合が 80 % 以下で, かつ月曜日の割合が 70 % 以上の都道府県が存在する。

(I), (II)の正誤の組合せとして正しいものは

コ

 である。

コ

 の解答群

	①	②	③
(I)	正	正	誤
(II)	正	誤	正

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I

(4) (3)で考えた割合を水曜日についても調べた。

47 都道府県別の日曜日の割合, 水曜日の割合をそれぞれ

$$x_i, y_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, 47)$$

とし, z_i を

$$z_i = \frac{100 - y_i}{100} \quad (i=1, 2, 3, \dots, 47)$$

で定める。

また

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{47}$ をデータ X

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_{47}$ をデータ Y

$z_1, z_2, z_3, \dots, z_{47}$ をデータ Z

とする。

(i) 図 4 はデータ Y についてまとめた箱ひげ図である。

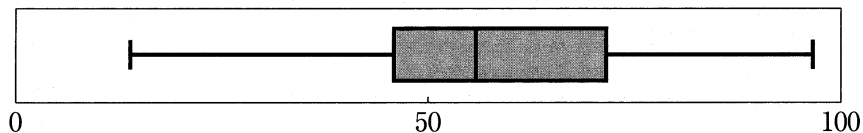


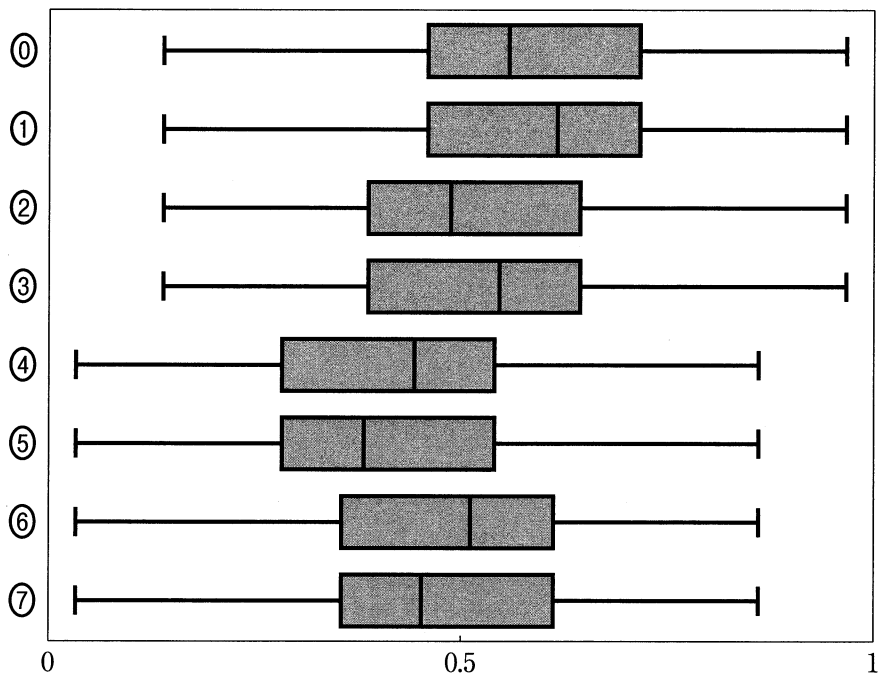
図 4 データ Y についてまとめた箱ひげ図

(出典：スポーツ庁の Web ページにより作成)

データ Z についてまとめた箱ひげ図は サ である。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

サ の解答群



(ii) データ Z の分散は、データ Y の分散の シ 倍である。

データ X とデータ Z の共分散は、データ X とデータ Y の共分散の ス 倍である(ただし、共分散は二つの変量のそれぞれの偏差の積の平均値)。

データ X とデータ Z の相関係数は、データ X とデータ Y の相関係数の セ 倍である。

シ ～ セ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $\frac{1}{10000}$	② $\frac{1}{100}$	③ 1	④ 100	⑤ 10000
⑥ $-\frac{1}{10000}$	⑦ $-\frac{1}{100}$	⑧ -1	⑨ -100	⑩ -10000

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

「数学Ⅰ」を受験する者は、4～25ページの問題を解きなさい。

数学Ⅰ・数学A

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 実数全体の集合を U とする。 U の要素に関する条件 p, q, r について、 p, q, r を満たす要素の集合をそれぞれ P, Q, R とする。また、条件 p, q, r の否定をそれぞれ $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ で表し、集合 P, Q, R の補集合をそれぞれ $\bar{P}, \bar{Q}, \bar{R}$ で表す。

(1)

(i) 命題「 $p \implies q$ 」が真であることと ア が成り立つことは同値である。

(ii) 命題「 $\bar{q} \implies p$ 」の逆が真であることと イ が成り立つことは同値であり、また、ウ が成り立つこととも同値である。ただし、イ、ウ の解答の順序は問わない。

ア ～ ウ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $P \subset Q$

② $P \subset \bar{Q}$

③ $\bar{P} \subset Q$

④ $Q \subset P$

⑤ $Q \subset \bar{P}$

⑥ $\bar{Q} \subset P$

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

- (iii) 命題「 $(p \text{ かつ } q) \implies \bar{r}$ 」の裏が真であることと エ が成り立つことは同値である。

エ の解答群

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| ① $(P \cap Q) \subset R$ | ① $(P \cap Q) \subset \bar{R}$ | ② $(P \cup Q) \subset R$ |
| ③ $(P \cup Q) \subset \bar{R}$ | ④ $(\bar{P} \cap \bar{Q}) \subset R$ | ⑤ $(\bar{P} \cup \bar{Q}) \subset R$ |

(数学 I・数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

- (2) 実数 x に関する三つの条件 p, q, r を次のように定める。

$$p : |x-2| > 1$$

$$q : |x-2| > 2x$$

$$r : |x-2| > -2x$$

- (i) 不等式 $|x-2| > 2x$ の解は

$$x \begin{array}{|c|} \hline \text{オ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{カ} \\ \hline \text{キ} \\ \hline \end{array}$$

である。

オ の解答群

① <	② ≤	③ >	④ ≥
-----	-----	-----	-----

- (ii) $P \cap R$ の要素のうち、最小の自然数は ク である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(iii) 次のことが成り立つ。

• $\bar{p}$ は r であるための ケ。

• p は (q かつ r) であるための コ。

ケ， コ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが， 十分条件ではない
- ② 十分条件であるが， 必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

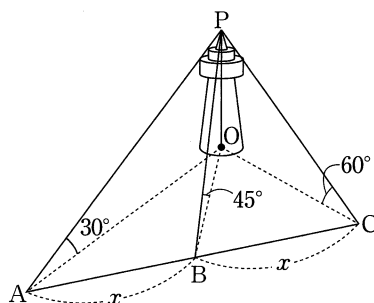
〔2〕 あるタワーの高さ OP を測るため、次のようなモデルについて考察しよう。

図のように、4点 O, A, B, C は同一平面上にあり、この平面に対し、タワーは垂直に立っているものとする。また、3点 A, B, C はこの順で同一直線上にあり

$$AB=x, BC=x$$

である。

ここで、タワーの先端を P とし、3点 A, B, C から点 P への仰角を測ると、それぞれ $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ である。ただし、目の高さは無視して考えるものとする。また、必要に応じて35ページの三角比の表を用いてもよい。



- (1) タワーの高さを $OP=h$ とするとき、次の①～④のうち、 OA, OB, OC の長さを表す正しい組合せは サ である。

サ の解答群

	OA	OB	OC
①	$\sqrt{3}h$	h	$2h$
②	$\sqrt{3}h$	h	$\frac{1}{\sqrt{3}}h$
③	$\frac{1}{\sqrt{3}}h$	h	$\sqrt{3}h$
④	$\sqrt{3}h$	$\sqrt{2}h$	$\frac{1}{\sqrt{3}}h$
⑤	$\frac{1}{\sqrt{3}}h$	$\sqrt{2}h$	$\sqrt{3}h$

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(2) $\angle OAC = \theta$ とするとき, $\triangle OAB$ において, 余弦定理を用いると

$$\cos \theta = \boxed{\text{シ}} \quad \cdots \cdots ①$$

である。また, $\triangle OAC$ において, 余弦定理を用いると

$$\cos \theta = \boxed{\text{ス}} \quad \cdots \cdots ②$$

である。

したがって, ①, ②より

$$h = \boxed{\text{セ}}$$

である。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

① $\frac{2h^2 + x^2}{\sqrt{3}hx}$	② $\frac{h^2 + 2x^2}{\sqrt{3}hx}$	③ $\frac{2h^2 + x^2}{2\sqrt{3}hx}$	④ $\frac{h^2 + 2x^2}{2\sqrt{3}hx}$
-----------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

① $\frac{2h^2 + 3x^2}{2\sqrt{2}hx}$	② $\frac{2h^2 + 3x^2}{3\sqrt{2}hx}$	③ $\frac{3h^2 + 2x^2}{2\sqrt{2}hx}$
④ $\frac{2h^2 + 3x^2}{2\sqrt{3}hx}$	⑤ $\frac{2h^2 + 3x^2}{3\sqrt{3}hx}$	⑥ $\frac{3h^2 + 2x^2}{3\sqrt{3}hx}$

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

① $2\sqrt{6}x$	② $3\sqrt{6}x$	③ $\frac{\sqrt{6}}{2}x$
④ $\frac{\sqrt{2}}{3}x$	⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}x$	⑥ $\frac{\sqrt{6}}{3}x$

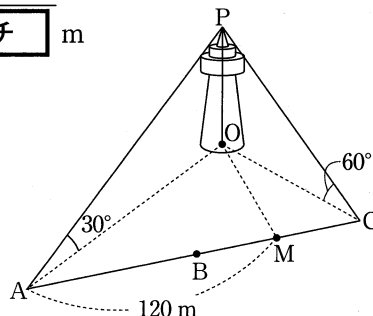
(数学 I・数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

- (3) 点 A から点 B までの実際の距離を調べると、 $x=80$ m であった。太郎さんと花子さんは、直線 AC 上の点から点 P を見上げたときの仰角について話している。

太郎：タワーの高さは $\boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ m

と求まるね。

花子：そうだね。ここで、BC の中点 M から点 P への仰角を測ると、その大きさはどれくらいになるのかな。



太郎： $\cos \angle OAC = \frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であるから、 $\triangle OAM$ にお

いて余弦定理を用いると、 $OM = \boxed{\text{ナニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ m であり、このことから、 $\tan \angle OMP$ の値が得られるよ。

花子：なるほど。ということは、三角比の表から、

$$\boxed{\text{ネノ}}^\circ < \angle OMP < (\boxed{\text{ネノ}} + 1)^\circ \text{ といえるね。}$$

太郎：そうだね。ところで、直線 AC 上を A から C の向きに歩くと、直線 AC 上の点で、点 P への仰角が最大となるような点 Q はどこだろう。

花子：その点は $\boxed{\text{ハ}}$ だね。

$\boxed{\text{ハ}}$ の解答群

- ① 線分 AC 上にある C 以外の点 ① 点 C
② 線分 AC の C 側の延長上にある C 以外の点

(数学 I・数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

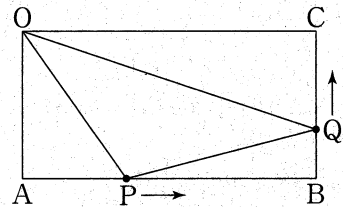
三角比の表

角度	sin	cos	tan	角度	sin	cos	tan
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 $OA=4$, $OC=8$ の長方形 $OABC$ があり, この長方形の辺上を動く点 P と Q がある。ここで, 点 P と Q は次の規則に従って動くものとする。

- 最初, 点 P , Q はそれぞれ点 A , B の位置にあり, 点 P , Q は同時刻に出発する。
- 点 P は長方形 $OABC$ の周上を反時計まわりに毎秒 2 の速さで動く。また, 点 Q は長方形 $OABC$ の周上を反時計まわりに毎秒 1 の速さで動く。
- 点 P が長方形 $OABC$ の周上を一周し, 点 A に戻った時点で点 P , Q は止まる。



このとき, 二つの点 P と Q が同時に出発してから t 秒後の $\triangle OPQ$ の面積を $f(t)$ とする。ただし, 3 点 O , P , Q が同一直線上にあるときは, $f(t)=0$ とする。

(1)

(i) 点 P が辺 AB 上にあり, $AP=2$ のとき, $\triangle OPQ$ の面積は アイ である。

(ii) 点 P が辺 AB 上にあるのは, $0 \leq t \leq$ ウ のときであり, この範囲において

$$f(t) = \text{エ}$$

と表せる。

エ の解答群

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| ① $t^2 - 2t + 10$ | ② $t^2 - 2t + 12$ | ③ $t^2 - 2t + 14$ |
| ④ $t^2 - 4t + 14$ | ⑤ $t^2 - 4t + 16$ | ⑥ $t^2 - 4t + 18$ |

(数学 I・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(2) $f(5) = \boxed{\text{オ}}$ である。また、点 P が辺 BC 上にあるのは、

$\boxed{\text{ウ}} \leq t \leq \boxed{\text{カ}}$ のときであるから、この範囲において

$$f(t) = \boxed{\text{キ}}$$

と表せる。

$\boxed{\text{ウ}} \leq t \leq \boxed{\text{カ}}$ において、 $f(t) = \boxed{\text{アイ}}$ を満たす t の値は

$$t = \boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}} \text{ である。}$$

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

① $t^2 - 8t + 20$

② $t^2 - 10t + 24$

③ $t^2 - 12t + 32$

④ $t^2 - 16t + 68$

⑤ $t^2 - 18t + 72$

⑥ $t^2 - 20t + 96$

(3) t のとり得る値の範囲は $0 \leq t \leq \boxed{\text{サシ}}$ である。また、この範囲にお

いて $f(t) = 0$ となる t の値の範囲は

$$\boxed{\text{ス}} \leq t \leq \boxed{\text{セソ}}, t = \boxed{\text{サシ}}$$

である。

さらに、 $f(t) = k$ を満たす実数 t が 3 個であるような正の実数 k のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{タ}}$ または $\boxed{\text{チ}}$ である。

$\boxed{\text{タ}}$, $\boxed{\text{チ}}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

① $0 < k < 1$

② $0 < k < 2$

③ $1 < k < 2$

④ $2 < k < 4$

⑤ $8 < k < 10$

⑥ $8 < k < 12$

⑦ $10 < k < 14$

⑧ $10 < k < 16$

⑨ $12 < k < 16$

(数学 I・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- 〔2〕 令和 3 年度における「全国体力・運動能力，運動習慣等調査」(スポーツ庁)を調べ，中学 2 年生の生徒に対して行った，運動習慣および生活習慣等に関する質問の回答の割合(単位は % であり，数値は小数第 1 位まで求められている)をまとめたデータが 47 都道府県別に得られた。

- (1) 図 1 は，47 都道府県別の，朝食を毎日食べている割合を男女別にまとめたヒストグラムである。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

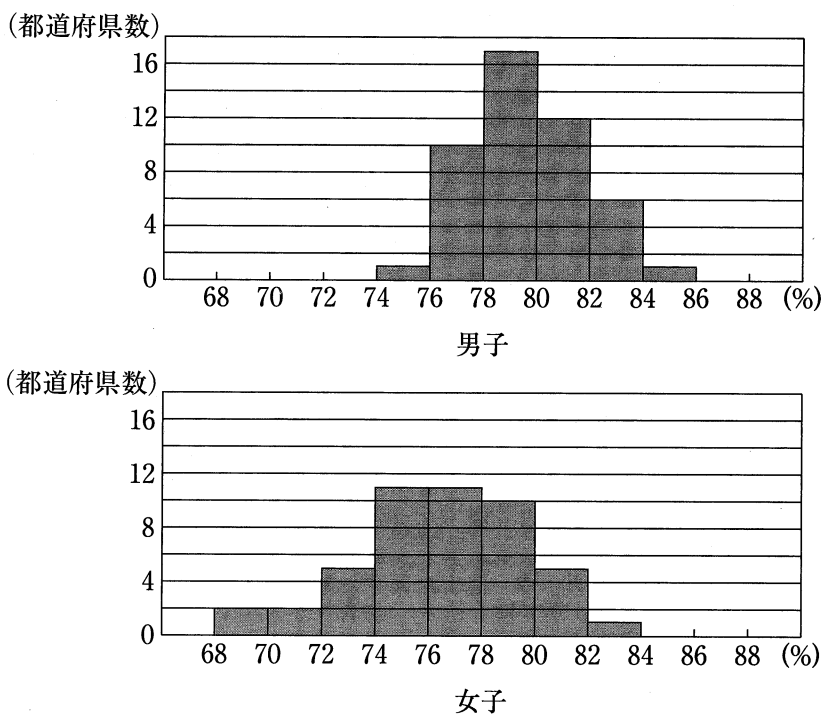


図 1 朝食を毎日食べている割合の男女別のヒストグラム

(出典：スポーツ庁の Web ページにより作成)

(数学 I・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

男子の朝食を毎日食べている割合の最頻値、ツ および テ は同じ階級に含まれる。

女子の朝食を毎日食べている割合の最大値が含まれる階級の階級値は トナ % である。

男子の朝食を毎日食べている割合の最小値と、女子の朝食を毎日食べている割合の中央値を比較すると、ニ。

男子の朝食を毎日食べている割合の四分位範囲と、女子の朝食を毎日食べている割合の四分位範囲を比較すると、ヌ。

ツ，テ の解答群(解答の順序は問わない。)

- | | | |
|------------|------------|-------|
| ① 最小値 | ① 第 1 四分位数 | ② 中央値 |
| ③ 第 3 四分位数 | ④ 最大値 | |

ニ の解答群

- | |
|----------------------------------|
| ① 男子の朝食を毎日食べている割合の最小値の方が大きい |
| ① 男子の朝食を毎日食べている割合の最小値の方が小さい |
| ② 両者は等しい |
| ③ これら二つのヒストグラムからだけでは両者の大小を判断できない |

ヌ の解答群

- | |
|----------------------------------|
| ① 男子の朝食を毎日食べている割合の四分位範囲の方が大きい |
| ① 男子の朝食を毎日食べている割合の四分位範囲の方が小さい |
| ② 両者は等しい |
| ③ これら二つのヒストグラムからだけでは両者の大小を判断できない |

(数学 I・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (2) 図 2 は、運動部に所属している女子のうち、日曜日に部活動を行っている割合(以下、日曜日の割合)と、土曜日および月曜日に部活動を行っている割合(以下、順に、土曜日の割合、月曜日の割合)をまとめた散布図である。

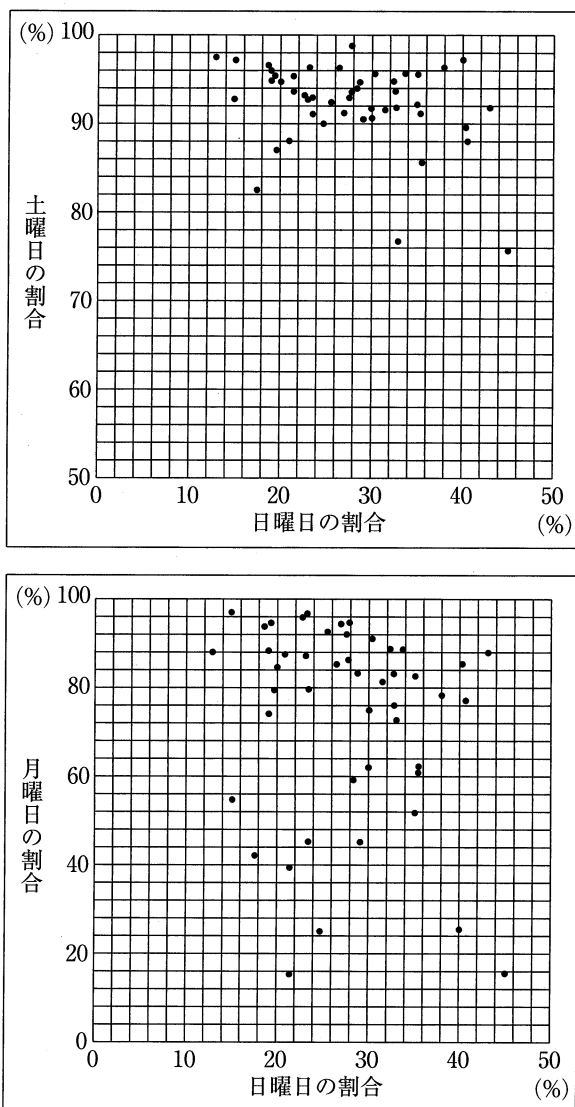


図 2 日曜日の割合と、土曜日および月曜日の割合をまとめた散布図

(出典：スポーツ庁の Web ページにより作成)

(数学 I・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の(I), (II)は図 2 に関して記述したものである。

- (I) 範囲が大きい方から順に, 月曜日の割合, 日曜日の割合, 土曜日の割合である。
- (II) 土曜日の割合が 80 % 以下で, かつ月曜日の割合が 70 % 以上の都道府県が存在する。

(I), (II)の正誤の組合せとして正しいものは

ネ

 である。

ネ

 の解答群

	①	②	③
(I)	正	正	誤
(II)	正	誤	正

(数学 I・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(3) (2)で考えた割合を水曜日についても調べた。

47 都道府県別の日曜日の割合，水曜日の割合をそれぞれ

$$x_i, y_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, 47)$$

とし， z_i を

$$z_i = \frac{100 - y_i}{100} \quad (i=1, 2, 3, \dots, 47)$$

で定める。

また

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{47}$ をデータ X

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_{47}$ をデータ Y

$z_1, z_2, z_3, \dots, z_{47}$ をデータ Z

とする。

データ Z の分散は，データ Y の分散の ノ 倍である。

データ X とデータ Z の共分散は，データ X とデータ Y の共分散の ハ 倍である(ただし，共分散は二つの変量のそれぞれの偏差の積の平均値)。

データ X とデータ Z の相関係数は，データ X とデータ Y の相関係数の ヒ 倍である。

ノ ～ ヒ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $\frac{1}{10000}$	② $\frac{1}{100}$	③ 1	④ 100
⑤ 10000	⑥ $-\frac{1}{10000}$	⑦ $-\frac{1}{100}$	⑧ -1
⑨ -100	⑩ -10000		

(下書き用紙)

数学Ⅰ・数学Ⅱの試験問題は次に続く。

第3問 (選択問題) (配点 20)

日常生活で送られてくる電子メールは、フィルタとよばれる機能により、そのメールが迷惑メールか通常メールかを自動的に振り分け受信している。ある会社 C では、送られてきたすべてのメールを対象に検査 K を実施し、迷惑メールの件数を調べることにした。

この調査の結果、以下のことを仮定することにする。また、メールの単位は「件」と表すものとする。

仮定

- すべてのメールのうち、 $\frac{2}{5}$ が迷惑メールである。
- 検査 K により、迷惑メールが迷惑メールと判定される確率は $\frac{17}{20}$ である。
- 検査 K により、通常メールが通常メールと判定される確率は $\frac{19}{20}$ である。

会社 C に 1 件のメールが送られてきたとき、二つの事象 A , B および四つの確率 p , q , r , s を、次のように定めることにする。

A : 送られてきたメールが迷惑メールである。

B : 送られてきたメールが、検査 K により迷惑メールと判定されたメールである。

p : 送られてきたメールが、検査 K により迷惑メールと判定された迷惑メールである確率

q : 送られてきたメールが、検査 K により通常メールと判定された迷惑メールである確率

r : 送られてきたメールが、検査 K により迷惑メールと判定された通常メールである確率

s : 送られてきたメールが、検査 K により通常メールと判定された通常メールである確率

また、一般に、事象 X の余事象を $\overline{X}$ と表し、二つの事象 X , Y の和事象を $X \cup Y$, 積事象を $X \cap Y$ と表す。

(数学 I・数学 A 第3問は次ページに続く。)

(1)

(i) p は事象 $\boxed{\text{ア}}$ が起こる確率であるから、 $p = \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。また、

r は事象 $\boxed{\text{カ}}$ が起こる確率であるから、 $r = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケコ}}}$ である。

したがって、会社 C に送られてきた 1 件のメールが、検査 K により迷惑

メールと判定される確率は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセソ}}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ ， $\boxed{\text{カ}}$ の解答群

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------------|--------------------------|
| ① $A \cup B$ | ② $A \cap B$ | ③ $A \cup \bar{B}$ | ④ $A \cap \bar{B}$ |
| ⑤ $\bar{A} \cup B$ | ⑥ $\bar{A} \cap B$ | ⑦ $\bar{A} \cup \bar{B}$ | ⑧ $\bar{A} \cap \bar{B}$ |

(ii) 会社 C に送られてきた 1 件のメールが、検査 K により通常メールと判定さ

れたとき、実際には迷惑メールである条件付き確率は $\boxed{\text{タ}}$ と表せるか

ら、その確率は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| ① $\frac{p}{p+q}$ | ② $\frac{q}{p+q}$ | ③ $\frac{r}{r+s}$ | ④ $\frac{s}{r+s}$ |
| ⑤ $\frac{p}{p+r}$ | ⑥ $\frac{r}{p+r}$ | ⑦ $\frac{q}{q+s}$ | ⑧ $\frac{s}{q+s}$ |

(数学 I・数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (2) 会社 C には、三つの部署 D、部署 E、部署 F がある。ある 1 日の同時刻に、各部署で検査 K をそれぞれ実施したところ、検査 K により、迷惑メールと判定された迷惑メールの件数は、以下の表 1 のようになった。

表 1

	部署 D	部署 E	部署 F	合計
検査 K により、迷惑メールと判定された迷惑メールの件数	528	792	1056	2376

また、迷惑メールには、様々な種類があることが知られているが、ここでは、広告型かウイルス型の二つの型のどちらか一方であるとして考えることにする。

そこで、表 1 の 2376 件の迷惑メールと判定されたメールを対象に、広告型かウイルス型かのいずれかの型であることを、つねに正しく判定できる検査 L があり、検査 L を同時刻に各部署でそれぞれ実施したところ、広告型とウイルス型のメールの件数の比率は、以下の表 2 のようになった。

表 2

	部署 D	部署 E	部署 F
(広告型) : (ウイルス型)	5 : 1	1 : 2	7 : 5

以下、次の素因数分解を用いて計算をしてもよい。

$$528 = 2^4 \cdot 3 \cdot 11, \quad 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11, \quad 1056 = 2^5 \cdot 3 \cdot 11, \quad 2376 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 11$$

- (i) 検査 L を受けた 2376 件のメールの中から 1 件を選ぶとき、そのメールが部

署 D に送られたものである確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(数学 I・数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (ii) 検査 L を受けた 2376 件のメールの中から 1 件を選ぶとき、そのメールが広

告型である確率は $\frac{\boxed{\text{二}}}{\boxed{\text{又}}}$ である。

- (iii) 検査 L を受けた 2376 件のメールの中から 1 件を選び、そのメールが広告型
であるときに、そのメールが部署 F に送られたものである条件付き確率は

$\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$ である。

- (iv) 検査 L を受けた 2376 件のメールの中から 1 件を選び、そのメールがウイル
ス型であるときに、そのメールが部署 E に送られたものである条件付き確率
は $\boxed{\text{ヒ}}$ 。

$\boxed{\text{ヒ}}$ の解答群

- ① $\frac{1}{2}$ より大きい
② $\frac{1}{2}$ より小さい
③ $\frac{1}{2}$ に等しい

第4問 (選択問題) (配点 20)

(1) a, b は1桁の自然数とする。

(i) 5進法で表された2桁の数 $ab_{(5)}$ と9進法で表された2桁の数 $ba_{(9)}$ が等しいときを考えよう。

$$ab_{(5)} = ba_{(9)} \text{ より}$$

$$a = \boxed{\text{ア}} b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

が成り立つ。

ここで、問題文の条件より、自然数 a, b のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{イ}} \leq a \leq \boxed{\text{ウ}}, \quad \boxed{\text{イ}} \leq b \leq \boxed{\text{ウ}} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

であるから、①と②を同時に満たす自然数 a, b は

$$a = \boxed{\text{エ}}, b = \boxed{\text{オ}} \quad \text{または} \quad a = \boxed{\text{カ}}, b = \boxed{\text{キ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{カ}}$ とする。

さらに、 $a = \boxed{\text{エ}}, b = \boxed{\text{オ}}$ であるときの $ab_{(5)}$ を10進法で表した数を M , $a = \boxed{\text{カ}}, b = \boxed{\text{キ}}$ であるときの $ab_{(5)}$ を10進法で表した数を N とする。

このとき、二つの数 M, N の最大公約数は

$$\boxed{\text{クケ}}$$

である。

(数学 I・数学 A 第4問は次ページに続く。)

(ii) $a = \boxed{\text{エ}}$, $b = \boxed{\text{オ}}$ とし, l, m を 1 桁の自然数とする。

l 進法で表された 2 桁の数 $ab_{(l)}$ と m 進法で表された 2 桁の数 $ba_{(m)}$ が等しいとき, l, m の組として考えられるものは, $l=5, m=9$ の他に $\boxed{\text{コ}}$ と $\boxed{\text{サ}}$ がある。

$\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}}$ の解答群 (解答の順序は問わない。)

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	
l	3	3	4	4	4	4	5	5	5	6
m	4	5	5	6	7	8	6	7	8	9

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

- (2) n は 2 以上の 1 桁の自然数とし, x, y, z は 0 以上の 1 桁の整数とする。このとき, 次の条件を満たす数を考えよう。

条件

n 進法で表された 3 桁の数 $xyz_{(n)}$ と $n+1$ 進法で表された 3 桁の数 $zyx_{(n+1)}$ が等しい。

- (i) $xyz_{(n)} = zyx_{(n+1)}$ を変形すると

$$x + y = n \left\{ \left(\boxed{\text{シ}} \right) n - \boxed{\text{ス}} z \right\} \quad \cdots \cdots ③$$

となるから, $x + y$ は n の倍数である。

ここで, 条件より, x, y, z のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} \leq x \leq \boxed{\text{ソ}}, \quad \boxed{\text{タ}} \leq y \leq \boxed{\text{チ}}, \quad \boxed{\text{ツ}} \leq z \leq \boxed{\text{テ}} \quad \cdots \cdots ④$$

であるから, ③, ④より

$$x + y = \boxed{\text{ト}} \quad \text{かつ} \quad \left(\boxed{\text{シ}} \right) n - \boxed{\text{ス}} z = \boxed{\text{ナ}} \quad \cdots \cdots ⑤$$

である。

さらに, ⑤を変形すると

$$\boxed{\text{ス}} z + \boxed{\text{ナ}} = \left(\boxed{\text{シ}} \right) n \quad \cdots \cdots ⑥$$

となるから, $\boxed{\text{ス}} z + \boxed{\text{ナ}}$ は n の倍数である。

よって, ④, ⑥より

$$\boxed{\text{ス}} z + \boxed{\text{ナ}} = \boxed{\text{ニ}} \quad \text{かつ} \quad \boxed{\text{シ}} = \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

これより, 条件を満たす 3 桁の数 $xyz_{(n)}$ のうち, n が最小となるものを 10 進法で表すと $\boxed{\text{ネノ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

シ の解答群

① $x-y$	② $y+z$	③ $y-z$	④ $x+z$	⑤ $x-z$
---------	---------	---------	---------	---------

セ ～ テ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 0	② 1	③ $n-1$	④ n	⑤ $n+1$
-----	-----	---------	-------	---------

ト , ニ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 0	② n	③ $2n$
-----	-------	--------

(ii) 条件を満たす数について、次の(a), (b), (c)の正誤の組合せとして正しいものは ハ である。

- (a) 一つの n に対して、3桁の数 $xyz_{(n)}$ が2個以上存在することがある。
 (b) n が偶数のとき、3桁の数 $xyz_{(n)}$ は存在しない。
 (c) $n=5$ のとき、3桁の数 $xyz_{(n)}$ を10進法で表すと、素数である。

ハ の解答群

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	正	正	正	正	誤	誤	誤
(b)	正	正	誤	誤	正	正	誤
(c)	正	誤	正	誤	正	誤	誤

第5問 (選択問題) (配点 20)

$AB=9$, $BC=12$, $CA=5$ の $\triangle ABC$ があり、辺 BC の中点を M とする。また、 $\triangle ACM$ の外接円を O とし、円 O と辺 AB の交点のうち、点 A と異なる点を D とする。

(1) 四角形 $ADMC$ は円 O に内接し

$$BD \cdot BA = BM \cdot \boxed{\text{ア}}$$

が成り立つ。したがって

$$BD = \boxed{\text{イ}}$$

である。

また、 $\triangle ABC \sim \triangle \boxed{\text{ウ}}$ であるから

$$DM = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

であり、 $\triangle ADM$ の面積を S とすると

$$\triangle ABC = \boxed{\text{キク}} S$$

である。

(2) 直線 AC と直線 DM の交点を E とする。

(i) $\triangle ABC$ と直線 EM について、メネラウスの定理より

$$\frac{CE}{EA} = \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立つから

$$EA = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{・サ}}}$$

である。

(数学 I・数学 A 第5問は次ページに続く。)

ア の解答群

① AM

① AC

② AD

③ BM

④ BC

⑤ MC

ウ の解答群

① MBD

① CMD

② CAD

③ DAM

(数学 I・数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(ii) DE の長さを求めるのに、次の二つの方針で考えた。

方針 1

△EMC と直線 AB について、メネラウスの定理より

$$\frac{CA}{AE} \cdot \frac{ED}{DM} \cdot \boxed{\text{シ}} = 1$$

が成り立つことを用いる。

方針 2

$\boxed{\text{ス}}$ より

$$DE \cdot ME = \frac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$$

が成り立つことと、 $ME = MD + DE$ であることを用いる。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| ① $\frac{AD}{DB}$ | ② $\frac{BD}{DA}$ | ③ $\frac{DB}{BA}$ | ④ $\frac{DA}{AB}$ |
| ⑤ $\frac{BM}{MC}$ | ⑥ $\frac{CM}{MB}$ | ⑦ $\frac{MB}{BC}$ | ⑧ $\frac{MC}{CB}$ |

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

- | | | |
|------------|----------|----------|
| ① メネラウスの定理 | ② チェバの定理 | ③ 三平方の定理 |
| ④ 方べきの定理 | ⑤ 中点連結定理 | |

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

方針 1 または方針 2 の考え方をを用いることにより

$$DE = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$$

と求めることができる。

(iii) $\triangle ADE$ の外接円と直線 BE の交点のうち、点 E と異なる点を F とする。

このとき、次の(a), (b), (c)の正誤の組合せとして正しいものは ヌ である。

(a) 点 F は $\triangle BMD$ の外接円の周上に存在する。

(b) 点 F は $\triangle ABC$ の外接円の周上に存在する。

(c) 点 F は $\triangle BCD$ の外接円の周上に存在する。

ヌ の解答群

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	正	正	正	正	誤	誤	誤
(b)	正	正	誤	誤	正	正	誤
(c)	正	誤	正	誤	正	誤	正

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**，**イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(－，±)又は数字(0～9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

(例) **アイウ** に－83と答えたいとき

ア	☒	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9
ウ	－	±	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで①にマークしなさい。

例えば、**キ**，**クケ** に2.5と答えたいときには、2.50として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、**コ** $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 6 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に

$\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

- 7 問題の文中の二重四角で表記された **タ** などには、選択肢から一つを選んで、答えなさい。

- 8 同一の問題文中に **チツ**，**テ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**チツ**，**テ** のように細字で表記します。